



1 ?? Определите объемный расход воды  $\mu$ , поступающей в ванну из крана, если объем ванны  $V = 400$  л.

Объемный расход — это объем воды, поступающий в ванну за единицу времени. То есть:

$$\mu = \frac{\Delta V}{\Delta t}.$$

За 10 мин ванна набирается на:

$$(\frac{1}{2}V - 2 \cdot \frac{1}{8}V) = \frac{1}{4}V.$$

То есть за 10 мин в ванну поступает 100 л воды. Тогда:

Ответ:

$$\mu = 10 \text{ л/мин}$$

2 ?? Сколько воды успело вылиться на пол к моменту возвращения Васи домой?

Из условия задачи не ясно, как взаимно расположены дом, школа и почта. Однако можно точно сказать, что расстояние от школы до почты больше, чем от школы до дома (пока Вася шел от школы до дома ванна набралась на  $V/8$ , а пока он шел от школы до почты — на  $V/4$ ). Поэтому почта не может находиться между школой и домом. Далее рассматриваем 2 варианта расположения:

- 1. Школа — Дом — Почта
- 2. Почта — Школа — Дом

В первом случае за время движения Васи от почты до дома (он пройдет путь от школы до почты за вычетом пути от школы до дома) ванна наберется на:

$$\frac{3}{4}V + (\frac{1}{4}V - \frac{1}{8}V) = \frac{7}{8}V$$

То есть лужи на полу не будет, а по условию задачи она должна быть. Значит это не наш случай.

Во втором случае Вася, двигаясь от почты до дома, сначала пройдет путь от почты до школы, а потом от школы до дома. Тогда к его приходу из крана выльется вода в объеме:

$$\frac{3}{4}V + (\frac{1}{4}V + \frac{1}{8}V) = \frac{9}{8}V.$$

То есть  $V/8 = 50$  л окажется на полу.

Ответ: 50 л

3 ?? Во сколько раз быстрее надо было двигаться Васе после выхода из дома, чтобы успеть вернуться до переполнения ванны?

К моменту выхода Васи из дома, ванна была заполнена на

$$(\frac{1}{2}V - \frac{1}{8}V) = \frac{3}{8}V.$$

Значит все его путешествие из дома и обратно длилось

$$t_1 = \frac{\frac{6}{8}V}{\mu} = 30 \text{ мин.}$$

Чтобы избежать переполнения ванны, Вася должен вернуться не позднее, чем через

$$t_2 = \frac{\frac{5}{8}V}{\mu} = 25 \text{ мин.}$$

Значит ему надо двигаться быстрее в  $t_1/t_2 = 1,2$  раза.

Ответ: 1,2 раза



Какие скорости были у спортсменов?

Максимальное расстояние между спортсменами — диаметр беговой дорожки  $d$ . По графику определяем, что диаметр дорожки  $d = 100$  м. Тогда длина беговой дорожки равна  $\pi d \approx 314$  м.  
По графику определяем, что спортсмены оказываются в одном месте каждые 350 секунд. Это значит, что за 350 секунд один из спортсменов обгоняет второго на круг. Разность скоростей спортсменов

$$v_1 - v_2 = \frac{314 \text{ м}}{350 \text{ с}} = 0,9 \text{ м/с}.$$

За время тренировки  $\tau$  первый спортсмен пробежал больше второго на  $(v_1 - v_2)\tau = 2160$  м. Отсюда выражаем время тренировки

$$\tau = \frac{2160 \text{ м}}{0,9 \text{ м/с}} = 2400 \text{ с}.$$

Таким образом, скорость первого бегуна

$$v_1 = \frac{S_1}{\tau} = \frac{12000 \text{ м}}{2400 \text{ с}} = 5 \text{ м/с}.$$

Скорость второго бегуна

$$v_2 = \frac{S_2}{\tau} = \frac{9840 \text{ м}}{2400 \text{ с}} = 4,1 \text{ м/с}.$$

Ответ:  $v_1 = 5 \text{ м/с}$ ,  $v_2 = 4,1 \text{ м/с}$ .



1 ?? Найдите скорость течения реки  $u$ .

Лодка по направлению к  $A$  движется против течения реки, а после разворота — по течению. Поэтому:

$$S_{AB} = (v - u)\tau$$

$$2S_{AB} = (v + u)\tau$$

Откуда  $u = v/3$ ,  $S_{AB} = \frac{2v\tau}{3}$ .

Ответ:  $u = v/3$

2 ?? Найдите расстояния  $S_{AB}$  и  $S_{CD}$ .

Поскольку лодка против течения и по течению плыла одинаковое время, в  $CO$  реки она вернулась к месту старта. Но в таком случае получается, что и катер тоже в  $CO$  реки вернулся к месту старта, то есть так же плыл одинаковое время по течению реки и против него. Значит:

$$S_{AB} + S_{CD} = (2v + u)\tau$$

$$S_{CD} = (2v - u)\tau$$

Откуда  $S_{CD} = \frac{5v\tau}{3}$

Ответ:  $S_{AB} = \frac{2v\tau}{3}$ ,  $S_{CD} = \frac{5v\tau}{3}$

3 ?? Спустя какое время  $T$  после своей встречи катер и лодка снова встретятся, если в конечных пунктах своих маршрутов опять не задерживаясь развернутся и отправятся навстречу друг другу?

После первой встречи лодка будет плыть до  $D$  в течение времени

$$t_1 = \frac{S_{CD}}{v + u} = \frac{5v\tau/3}{4v/3} = \frac{5}{4}\tau$$

А катер будет плыть до  $A$  в течение времени

$$t_2 = \frac{2S_{AB}}{2v - u} = \frac{4v\tau/3}{5v/3} = \frac{4}{5}\tau$$

Видно, что катер развернется раньше на  $t_2 - t_1 = 9\tau/20$ . За это время он успеет проплыть в направлении пристани  $D$  путь  $S_k = (2v + u)9\tau/20 = 21v\tau/20$ .

Тогда от момента поворота лодки в  $D$  до второй встречи с катером пройдет время:

$$t_3 = \frac{2S_{AB} + S_{CD} - S_k}{3v} = \frac{13}{20}\tau$$

Значит:

$$T = t_1 + t_3 = \frac{5}{4}\tau + \frac{13}{20}\tau = \frac{19}{10}\tau = 1,9\tau$$

Ответ:  $T = 1,9\tau$



1 ?? В каком из четырёх квадратов находится точка пересечения линий, по которым разрезали пластину? Обоснуйте свой ответ.

Вычислим массы каждого квадрата.

$m_{11} = \sigma_{11}a^2 = 400 \text{ г}$   
 $m_{12} = \sigma_{12}a^2 = 240 \text{ г}$   
 $m_{21} = \sigma_{21}a^2 = 200 \text{ г}$   
 $m_{22} = \sigma_{22}a^2 = 120 \text{ г}$

Общая масса пластины тогда равна  $m_0 = m_{11} + m_{12} + m_{21} + m_{22} = 960 \text{ г}$ .

Так как массы четырех частей после разрезания оказались одинаковыми, то масса одной части  $m = m_0/4 = 240 \text{ г}$

Масса одной части оказалась больше чем  $m_{21}$  и  $m_{22}$ , равной  $m_{12}$  и меньшей чем  $m_{11}$ , следовательно, точка пересечения линий разреза находится внутри верхнего левого квадрата.

2 ?? Определите координату точки пересечения линий, по которым разрезали пластину.

Пусть горизонтальная координата точки пересечения линий разреза —  $x$ , а вертикальная —  $y$ .  
Суммарная масса двух левых частей после разрезания:

$$M_{11} + M_{21} = 2m = \sigma_{11}xa + \sigma_{21}xa.$$

Откуда

Ответ:

$$x = \frac{2m}{a(\sigma_{11} + \sigma_{21})} = 0,8 \text{ м.}$$

Суммарная масса двух верхних частей после разрезания:  
 $M_{11} + M_{12} = 2m = \sigma_{11}(2a - y)a + \sigma_{12}(2a - y)a.$

Откуда

Ответ:

$$y = \frac{2a^2(\sigma_{11} + \sigma_{12}) - 2m}{a(\sigma_{11} + \sigma_{12})} = 1,25 \text{ м.}$$

3 ?? Чему равны средние поверхностные плотности каждой из четырёх получившихся частей?

Средние поверхностные плотности получившихся частей:

Левая верхняя часть:

$$\sigma_{11\text{н}} = \frac{m}{x(2a - y)} = 400 \text{ г/м}^2.$$

Правая верхняя часть:

$$\sigma_{12\text{н}} = \frac{m}{(2a - x)(2a - y)} = 267 \text{ г/м}^2.$$

Левая нижняя часть:

$$\sigma_{21\text{н}} = \frac{m}{xy} = 240 \text{ г/м}^2.$$

Правая нижняя часть:

$$\sigma_{22\text{н}} = \frac{m}{(2a - x)y} = 160 \text{ г/м}^2.$$